CONCOURS SPECIAL D'ENTREE AUX GRANDES ECOLES SCIENTIFIQUES

1985

ÉPREUVE DE GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE

Durée : 4 heures

NOTA. — *Les constructions demandées doivent figurer complètement sur l'épure en rouge fin, y compris les lignes de rappel. Le solide, seul, figurera en noir ainsi que les lettres désignant les points demandés. La notice, précise et concise, sera rédigée sur une feuille à part.*

L'unité est le centimètre. Le format de la feuille est 42 × 30. Le repère orthonormé d'axes Ox, Oy, Oz est placé selon les axes de symétrie de la feuille, Oy étant le petit axe. *On ne considérera dans toute l'épure que les points dont la cote est comprise entre 0 et 13,5.*

I. DONNÉES

On considère les points A, B, C, D, F, S dont les coordonnées sont indiquées ci-dessous.

	A	B	C	D	F	S
x.....	9	3	9	9	9	9
y.....	4,5	− 4,5	− 4,5	− 10,5	− 9	− 1,5
z.....	0	0	0	0	0	6

(E) est l'ellipse du plan $z = 0$ de centre C et de sommets A et B.

(P_1) est la parabole du plan $z = 0$ de foyer F et de sommet D.

(P_2) est la parabole symétrique de (P_1) par rapport à la droite BC.

(S) est la surface conique de sommet S et de directrice (E).

(C_1) est la surface cylindrique de directrice (P_1) et de direction (0 , 1 , 1).

(C_2) est la surface cylindrique de directrice (P_2) et de même direction (0 , 1 , 1).

II. Intersection Γ_1 de (S) et de (C_1).

1° Tracer les contours apparents frontaux de (S) et de (C_1).

2° Soit $P = (p, p')$ le point de (P_1) dont l'abscisse x vaut 6. Déterminer les points M_1 et N_1 de Γ_1 (ordonnée de M_1 inférieure à l'ordonnée de N_1) situés sur la génératrice de (C_1) passant par P (*notice*). Tracer les tangentes en M_1 et N_1 à Γ_1 (*notice*).

3° *Démontrer*, par des considérations géométriques simples ou par le calcul, que Γ_1 est décomposée en 2 coniques, dont on précisera la nature et les plans, auxquelles elles appartiennent (*notice*).

III. Intersection Γ_2 de (S) et de (C_2).

1° Soit $Q = (q, q')$ le point de (P_2) d'abscisse $x = 13{,}5$. Tracer le point M_2 de Γ_2 situé sur la génératrice de (C_2) passant par Q. Tracer la tangente en M_2 à Γ_2.

2° Déterminer les asymptotes de la projection frontale γ'_2 de Γ_2 : on pourra utiliser la décomposition de Γ_1 et des propriétés de symétrie (*justifications en notice*).

3° Soit $I = (i, i')$ le point de Γ_2 situé à l'intersection des contours apparents frontaux de (S) et de (C_2). Tracer la tangente en i' à γ'_2.

IV. Représentation d'un solide

Représenter le solide, supposé opaque, constitué des points intérieurs au cône (S) et intérieurs aux 2 cylindres (C_1) et (C_2) (cote comprise entre 0 et 13,5).